

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x+1}{5}}\right)^{\frac{3x \cdot \frac{x+1}{5} : \frac{x+1}{5}}{\frac{x+1}{5}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{x+1}{5}}\right)^{\frac{x+1}{5}} \right]^{\frac{3x \cdot \frac{5}{x+1}}{\frac{x+1}{5}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{x+1}{5}}\right)^{\frac{x+1}{5}} \right]^{\frac{15x}{x+1} \rightarrow 0} = e^{15}$$

Debemos salvar la indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$ como en ejercicios anteriores.

j. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x+1}{x+1}\right)^{\frac{1}{4x}}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x+1}{x+1}\right)^{\frac{1}{4x}} = 1^{\infty} \rightarrow$ Es del TIPO 2.) Dos maneras de resolverlo.

- Forma A:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x+1} + \frac{3x}{x+1}\right)^{\frac{1}{4x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+3x+X-X}{x+1}\right)^{\frac{1}{4x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+X}{1+X} + \frac{3X-X}{x+1}\right)^{\frac{1}{4x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2X}{x+1}\right)^{\frac{1}{4x}}$$

debemos conseguir un 1, para ello sumamos y restamos 'x'

reacomodando

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{x+1}\right)^{\frac{1}{4x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{x+1}\right)^{\frac{2x}{x+1} \cdot \frac{1}{4x} \cdot \frac{x+1}{2x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(1 + \frac{2x}{x+1}\right)^{\frac{2x}{x+1}}\right]^{\frac{1}{4(x+1)}}$$

para llevarlo a la forma del TIPO 2.) multiplicamos y dividimos el exponente por $\frac{2x}{x+1}$

salvamos la indeterminación

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(1 + \frac{2x}{x+1}\right)^{\frac{1}{\frac{2x}{x+1}}}\right]^{\frac{1}{2}} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$$

- Forma B: (con cambio de variable)

llegamos hasta $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{x+1}\right)^{\frac{1}{4x}}$ de la misma manera que recién, luego:

llamamos $z = \frac{1}{4x} \Rightarrow x = \frac{1}{4z}$

como $x \rightarrow 0 \Rightarrow z \rightarrow \infty$ (pues $z = \frac{1}{4 \cdot 0} = \infty$), reemplazando:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2/4z}{\frac{1}{4z} + 1}\right)^z = \lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1/2z}{\frac{1+4z}{4z}}\right)^z = \lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2z \cdot \frac{1+4z}{4z}}\right)^z = \lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{1+4z}{2}}\right)^z = \lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{1+4z}{2}}\right)^{\frac{1+4z}{2} \cdot \frac{2}{1+4z} \cdot z} = \lim_{z \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{1+4z}{2}}\right)^{\frac{1+4z}{2}}\right]^{\frac{2z}{z} \rightarrow 0} = \lim_{z \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{1+4z}{2}}\right)^{\frac{1+4z}{2}}\right]^{\frac{1}{2}} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$$

deben ser iguales